

量子スプレマシーとは何か

平成 29 年 10 月 6 日

最近「量子スプレマシー」や「量子超越性」(quantum supremacy)という言葉を目にすることが多くなりました。ここでは、量子スプレマシーとは何かについて、非専門家向けに簡単に説明します。(専門家の方は「観測に基づく量子計算、小柴、藤井、森前、コロナ社」の 7.3 節、「量子計算理論、森前、森北出版」の 10 章を参考にしてください。)

量子計算の研究者(特に実験家)が目指している究極のゴールの一つはユニバーサル量子計算機を作ることです。ユニバーサル量子計算機というのは任意の量子計算が実現できる汎用量子計算機のことです。しかしながら、大量の量子ビットを自由自在にコントロールできるユニバーサル量子計算機を実験室で実現するのは、技術的に非常に難しく、まだまだ遠い道のりです。

そこで、汎用でなくてもよいから、また、量子ビットもそれほど多くなくてもよいから、何か現在もしくは近い将来の技術のみで実現できるような「弱い量子計算機」をまずは目指そう、と考えるのは自然です。実際、近年、Google や IBM はそのような方向で大きな成果を挙げてきています。

そのような「弱い量子計算機」の研究をする場合、ユニバーサル量子計算機の研究には無かったある重要な問題が生じます。それは、「その弱い量子計算機は本当に古典計算機よりも強力なのだろうか?」ということです。ユニバーサル量子計算機を作ったのであれば誰もそのような文句はいつきませんが¹、弱い量子計算機を作った場合、それはあまりにも弱すぎて実は古典計算機でシミュレートできるようなしろものになってしまう可能性があります。それでは意味がありません。そこで、その「弱い量子計算機」が本当に古典計算機よりも強力であることを理論的に証明しておく必要があります。そのような理論的証明があれば、後は実験家はできるだけ精度良くその弱い量子計算機を実験的に実現すれば、誰からも文句はいわれません。

このように、ある一つの弱い量子計算機モデルが与えられたとき、それが古典計算機より優れていることを証明するような理論的研究が量子スプレマシーです。また、古典より優れていることが理論的に保障された弱い量子計算機モデルを実験室で実現する実験的研究も量子スプレマシーと呼ばれます。

¹実は $BQP \neq BPP$ は証明されていませんから、ユニバーサル量子計算機が本当に古典計算機より強力か、という点も議論の余地はありますが、ここではそこには立ち入らないことにします。

量子スプレマシーの研究が爆発的に流行した一つのきっかけは Aaronson と Arkhipov によるボソンサンプリングの提案 [Aaronson and Arkhipov, STOC 2011] だと思います。光子などのボソンを使ってユニバーサル量子計算を実現できますが [Knill, Laflamme, Milburn, Nature 2001]、ボソンの間に相互作用を作る必要があり、それは技術的に難しいです。ところが、Aaronson と Arkhipov は、相互作用無しボソン量子計算機という弱い量子計算機であっても、古典計算機より強力であることを証明しました。もう少し詳しくいうと、もし、相互作用無しボソン量子計算機の実出力結果の確率分布が古典計算機でシミュレートできたら、多項式階層が崩壊するということを証明しました。多項式階層の崩壊というのは、計算機科学において起こらないだろうと強く信じられているものであり、正確ではないですが、超ざっくりとしたイメージとしては $P=NP$ にならないだろう、というようなものです。したがって、多項式階層の崩壊という大変なことが起こらない限り相互作用無しボソン量子計算機は古典計算機より強力だということが保障されたのです²。

実験的にはボソンサンプリングが最も注目されているように見えますが、理論的には、量子スプレマシーが流行るだいぶ前からこういう研究は行われてきていました。そもそも理論家は量子計算と古典計算の境界がどこにあるのか、という事に興味をもっていますから、量子計算機の能力を弱めていって、どこまでいったら古典計算機になるか、ということを実験的に調べるのは至極当然です。

私の知る限り、もっとも古い研究は Terhal と DiVincenzo による回路の深さが4の量子計算機モデルです [Terhal and DiVincenzo, Quant. Inf. Comp. 2004]。深さ4の量子回路はユニバーサル量子計算できなさそうです。しかしながら、彼女らはもし深さ4の量子回路が古典計算機でシミュレートできたら、多項式階層が崩壊することを証明しました³。

また、他にも、IQP モデルと呼ばれる、交換するゲートのみからなる弱い量子計算モデル [Bremner, Jozsa, Shepherd, Proc. R. Soc. A 2011; Bremner, Montanaro, Shepherd, Phys. Rev. Lett. 2016] や DQC1 モデルと呼ばれる、入力のほとんどがデコヒーアしてしまっているような弱い量子計算モデル [Morimae, Fujii, Fitzsimons, Phys. Rev. Lett. 2014; Morimae, Phys. Rev. A(R) 2017] の量子スプレマシーも研究されており、古典計算機より強力であることが証明されています。IQP や DQC1 はイジングモデルの分配関数や結び目不変量の Jones 多項式等とも関連があり [Fujii and Morimae, New J. Phys. 2017; Shor and Jordan, Quant. Inf. Comp. 2008]、それ自身理論的に面白い研究対象です。

²彼らは、古典計算機でシミュレートする、の定義として2種類の近似精度を使っています。二つ目の近似精度のほうがより実験に近いのですが、その場合、多項式階層の崩壊とは独立な、ある数学的予想の正しさも仮定する必要があります。これは以下に出てくる深さ4モデル、IQP モデル、DQC1 モデルでも同じです。

³実際に彼女らが示したのはもっと弱い $BQP \subseteq AM$ というものですが、彼女らの証明をちょっと修正するだけで多項式階層の崩壊が導けます。